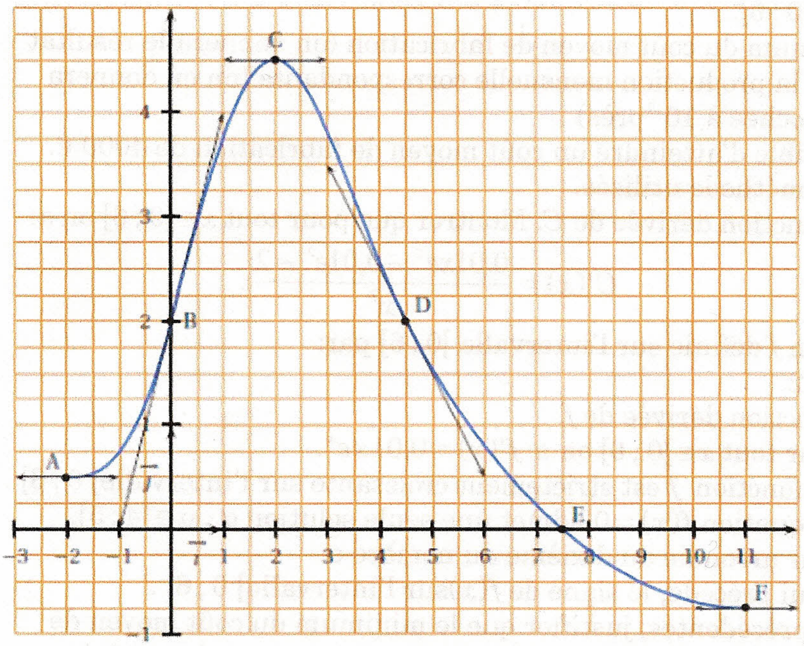
TES–TL
BAC BLANC
mathématiques

Durée : 3 heures.

Exercice 1 : 5 *points*
Commun à tous les candidats

Soit la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle [-2 ; 11]. On donne sa courbe représentative C_f dans un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$ ci-dessous.



On sait que la courbe C_f passe par les points $A(-2\,;0{,}5)$, $B(0\,;2)$, $C(2\,;4{,}5)$, $D(4{,}5\,;2)$, $E(7{,}5\,;0)$ et F(11 ; -0,75).
Les tangentes à C_f aux points A,B,C,D et F sont tracées sur la figure. On utilisera les informations de l'énoncé et celles lues sur la figure pour répondre aux questions.

Pour chacune des questions, une seule réponse est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 *point. L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun.*

1. $f'(0)$ est égal à:
   A: 0,5 B: 2 C: 4
2. $f'(x)$ est strictement positif sur l'intervalle:
   A:]0 ; 11[B:]0 ; 7,5[C:]-2 ; 2[
3. Une équation de la tangente à C_f au point D est:
   A: $y=-x+6{,}5$ B: $y=x-6{,}5$ C: $y=-2x+11$
4. Sur l'intervalle [-2 ; 11], l'équation $e^{f(x)}=1$ admet:
   A: admet une solution B: admet deux solutions C: n'admet aucune solution.
5. La fonction f est convexe sur l'intervalle :
   A. [-2 ; 2] B: [-2 ; 0] C: [2 ; 11]

Exercice 2 : 5 *points*
Commun à tous les candidats

Une cimenterie fabrique chaque mois x tonnes d'un certain produit, avec $x \in]0\,;6]$. Le coût moyen de fabrication, exprimé en milliers d'euros, pour une production mensuelle de x tonnes est donné par $C(x)$ où C est la fonction définie par:

$$C(x)=\frac{0{,}01e^{x}+2}{x}.$$

1. A l'aide de la calculatrice:
   a. conjecturer en terme de variations l'évolution du coût moyen de fabrication sur l'intervalle $]0\,;6]$.
   b. estimer le minimum du coût moyen de fabrication (on donnera le résultat à l'euro près) et la production mensuelle correspondante (on en donnera une valeur approchée à 10^{-1}près) .
   c. dire s'il est possible d'atteindre un coût moyen de fabrication de 4000 €. On précisera la méthode utilisée.
2. On désigne par C' la fonction dérivée de C. Montrer que pour tout $x\in]0\,;6]$ on a:
$$C'(x)=\frac{0{,}01xe^{x}-0{,}01e^{x}-2}{x^{2}}.$$
3. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;6]$ par:
$f(x)=0{,}01xe^{x}-0{,}01e^{x}-2$.
On désigne par f' la fonction dérivée de f.
   a. Vérifier que pour tout $x\in]0\,;6]$ on a: $f'(x)=0{,}01xe^{x}$.
   b. Justifier que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle$]\,0\,;6]$.
   c. Justifier que l'équation $f(x)=0$ admet une seule solution α , $\alpha\in[4\,;5]$. Donner la valeur arrondie au dixième du nombre α.
   d. Déduire de ce qui précède, le signe de $f(x)$sur l'intervalle$]\,0\,;6]$.
4. A l'aide des questions précédentes, justifier que le minimum du coût moyen de fabrication est obtenu pour une production mensuelle de α tonnes du produit.

Exercice 3 : 5 *points*
Commun à tous les candidats

Un institut de sondages a effectué une enquête auprès des anciens élèves d'un lycée quelques années après l'obtention de leur baccalauréat.
Cette enquête révèle que 55% d'entre eux poursuivent leurs études à la faculté, 10% ont intégré une école d'ingénieur et le pourcentage restant est sur le marché du travail (en activité ou en recherche d'emploi).
Cette enquête révèle aussi que:

- 45% des anciens élèves qui poursuivent leurs études à la faculté ont fait le choix de vivre en colocation.
- 30% des anciens élèves qui ont intégré une école d'ingénieur ont fait le choix de vivre en colocation.
- 15% des anciens élèves sur le marché du travail ont fait le choix de vivre en colocation.

On interroge au hasard un ancien élève du lycée et on note:
F l'événement: " l'ancien élève poursuit ses études à la faculté "
I l'événement: " l'ancien élève a intégré une école d'ingénieur "
T l'événement: " l'ancien élève est sur le marché du travail "
C l'événement: " l'ancien élève vit en colocation "

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. a. Exprimer à l'aide d'une phrase l'événement $F \cap C$ puis calculer la valeur exacte de sa probabilité.
   b. Montrer que la probabilité de l'événement C est égale à 0,33.
3. Un ancien élève vit en colocation. Calculer la probabilité qu'il poursuive ses études à la faculté.
4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Le responsable de l'enquête affirme: " Plus de la moitié des élèves n'ayant pas fait le choix de la colocation poursuivent des études ".
   Cette affirmation est-elle exacte? Justifier.

5. On interroge au hasard trois anciens élèves. On suppose que le nombre d'anciens élèves est suffisamment important pour considérer que ce choix est fait de manière indépendante.
   Calculer la probabilité pour qu'au moins un des anciens élèves vive en colocation. On arrondira le résultat à 10^{-1} près.

<u>Exercice 4</u> : 5 *points*
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité .

L'entreprise "vélobleu" a été crée en janvier 2010 et elle est spécialisée dans la location de vélos. Elle a un parc de 150 vélos neufs.
Afin de conserver un parc de vélos de bonne qualité, il a été décidé :

- de racheter 40 vélos neufs en janvier de chaque année ;
- de revendre 20% des vélos en janvier 2011 et en janvier 2012 ;
- de revendre 20% au moins des vélos les plus agés en janvier de chaque année suivante.

1. Pour tout nombre entier naturel n, on modélise le nombre approximatif de vélos du parc en janvier de l'année $2010+n$ par les termes de la suite (u_n) définie par:
   $$u_0 = 150 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = 0{,}8u_n + 40 \ , \ n \in \mathbb{N}.$$
   Vérifier que u_1 et u_2 correspondent bien au nombre prévu de vélos du parc pour janvier 2011 et janvier 2012.
2. Pour connaître l'évolution du nombre approximatif de vélos du parc , l'entreprise utilise un tableur. Voici un extrait de la feuille de calcul:

	A	B	C	D	E
1	Valeur de n	Valeur de U_n		Valeur de n	Valeur de U_n
2	0	150		18	199,10
3	1	160		19	199,28
4	2	168		20	199,42
5	3	174,4		21	199,54
6	4	179,52		22	199,63
7	5	183,62		23	199,70
8	6	186,89		24	199,76
9	7	189,51		25	199,81
10	8	191,61		26	199,85
11	9	193,29		27	199,88
12	10	194,63		28	199,90
13	11	195,71		29	199,92
14	12	196,56		30	199,94

a. Conjecturer le sens de variation de la suite (u_n)
b. Quelle semble être la limite de la suite (u_n)?

3. Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = u_n - 200$.

   a. Prouver que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,8 et déterminer son premier terme.
   b. En déduire, pour tout entier naturel n, l'expression de v_n puis celle de u_n en fonction de n.
   c. Déterminer la limite de la suite (u_n).
   d. Démontrer que pour tout entier naturel n, on a: $u_{n+1} - u_n = 10 \times 0{,}8^n$.
   e. En déduire le sens de variation de la suite (u_n).

4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   La municipalité prévoit d'implanter de nouvelles bornes dans la ville afin d'offrir aux usagers 250 emplacements. L'entreprise "vélobleu" pourra-t-elle satisfaire cette demande? Justifier.