

Exercice 4 :

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

1. a. L'ordre du graphe est 9 car il possède 9 sommets.
 b. Le graphe est connexe car la chaîne B–R–C–L–V–M–P–T–Z passe par tous les sommets du graphe.
 c. Le graphe n'est pas complet car les sommets R et Z ne sont pas adjacents.
2. La question revient à étudier l'existence de chaîne eulérienne dans le graphe.
 Donnons le degré de chaque sommet :

sommet	B	R	C	L	V	M	P	T	Z
degré	3	3	3	2	3	2	4	4	2

Le graphe possède plus de 2 sommets de degré impair donc, par le théorème d'Euler, le graphe n'admet pas de chaîne eulérienne. Ainsi, le touriste ne pourra pas visiter toutes les villes en empruntant une et une seule fois chaque autoroute.

3. a. Le coefficient de la troisième ligne et dernière colonne de la matrice N^4 est le produit de la troisième ligne de N et de la dernière colonne de N^3 car $N^4 = N \times N^3$:

$$0 \times 5 + 1 \times 3 + 0 \times 0 + 0 \times 1 + 0 \times 1 + 0 \times 2 + 0 \times 6 + 1 \times 1 + 0 \times 2 = 4$$

Ainsi, le coefficient de la troisième ligne et dernière colonne de la matrice N^4 est 4.

- b. Cela signifie qu'il y a 4 chaînes de longueurs 4 reliant le sommet L au sommet Z. Autrement dit, il y a 4 parcours différents entre Lyon et Biarritz qui contiennent exactement 4 tronçons d'autoroute.
4. a. On présente les étapes de l'algorithme sous forme d'un tableau :

	L	V	C	M	P	R	T	B	Z	sommet traité
Initialisation	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	L
Etape 1		7,10 _L	10,70 _L	∞	∞	∞	∞	∞	∞	V
Etape 2			10,70 _L	22,80 _V	23,30 _V	∞	∞	∞	∞	C
Etape 3				22,80 _V	19,30 _C	22,20 _C	∞	∞	∞	P
Etape 4				22,80 _V		22,20 _C	38,90 _P	∞	∞	R
Etape 5				22,80 _V			36,80 _R	33,70 _R	∞	M
Etape 6							36,80 _R	33,70 _R	∞	B
Etape 7							36,80 _R		38,10 _B	T
Etape 7									38,10 _B	Z

Ainsi, le chemin que doit prendre le touriste pour minimiser le coût des péages de Lyon à Biarritz est L–C–R–B–Z c'est-à-dire Lyon–Clermont-Ferrand–Brive–Bordeaux–Biarritz.

- b. Le coût de ce trajet est 38,10 euros.