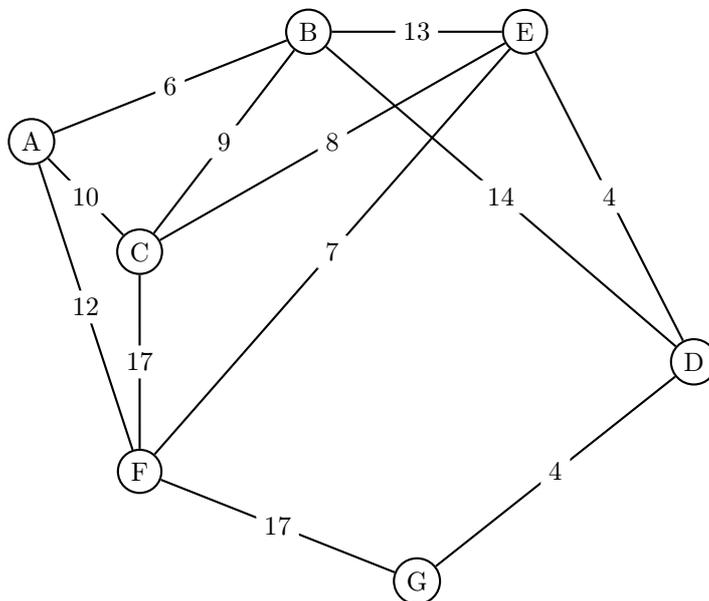


Dans une grande ville, un système de location de vélo en libre service appelé *Vélobleu* a été créé. Un abonné peut ainsi louer un vélo dans une station *Vélobleu* puis le déposer dans n'importe quelle station *Vélobleu* de son choix. La ville comporte sept stations *Vélobleu* nommées A, B, C, D, E, F et G.

Les stations sont reliées entre elles par une piste cyclable et les temps de parcours en minutes sont indiqués sur le graphe ci-dessous.



1. Un abonné décide de visiter cette ville en n'empruntant que des pistes cyclables.
 - a. A-t-il la possibilité d'effectuer un parcours empruntant une fois et une seule toutes les pistes cyclables ? Justifier la réponse.
 - b. À la fin de ce parcours, pourra-t-il rendre son vélo dans la station de départ ? Justifier la réponse.
2. On appelle M la matrice associée à ce graphe. On donne deux matrices N et T :

$$N = \begin{pmatrix} 4 & 9 & 8 & 5 & 5 & 9 & 2 \\ 9 & 6 & 10 & 7 & 10 & 6 & 4 \\ 8 & 10 & 8 & 5 & 10 & 9 & 4 \\ 5 & 7 & 5 & 2 & 8 & 4 & 5 \\ 5 & 10 & 10 & 8 & 6 & 11 & 2 \\ 9 & 6 & 9 & 4 & 11 & 4 & 6 \\ 2 & 4 & 4 & 5 & 2 & 6 & 0 \end{pmatrix} \text{ et } T = \begin{pmatrix} 4 & 9 & 8 & 4 & 5 & 9 & 1 \\ 9 & 6 & 10 & 6 & 10 & 6 & 4 \\ 8 & 10 & 8 & 4 & 10 & 9 & 4 \\ 5 & 7 & 5 & 2 & 8 & 4 & 5 \\ 5 & 8 & 10 & 8 & 6 & 11 & 0 \\ 9 & 6 & 9 & 4 & 11 & 4 & 6 \\ 1 & 4 & 4 & 5 & 0 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

- a. Une des deux matrices N ou T est la matrice M^3 . Sans aucun calcul et sans utiliser la calculatrice, indiquer quelle est la matrice M^3 . Justifier la réponse.
 - b. Un abonné a loué un vélo à la station F et l'a rendu à la station E. Au cours de son déplacement, il est passé exactement deux fois devant une station. Combien de trajets différents a-t-il pu suivre ? Expliquer.
3. Un abonné souhaite rejoindre le plus rapidement possible la station G en partant de la station A. À l'aide d'un algorithme, déterminer un tel parcours et donner le temps nécessaire pour l'effectuer.