

Exercice 4 : 5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

EXERCICE À TRAITER SUR UNE COPIE SÉPARÉE

Les parties A et B sont indépendantes

Un créateur d'entreprise a lancé un réseau d'agences de services à domicile. Depuis 2010, le nombre d'agences n'a fait qu'augmenter. Ainsi, l'entreprise qui comptait 100 agences au 1^{er} janvier 2011 est passée à 200 agences au 1^{er} janvier 2013 puis à 500 agences au 1^{er} janvier 2016.

On admet que l'évolution du nombre d'agences peut être modélisée par une fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a , b et c sont trois nombres réels.

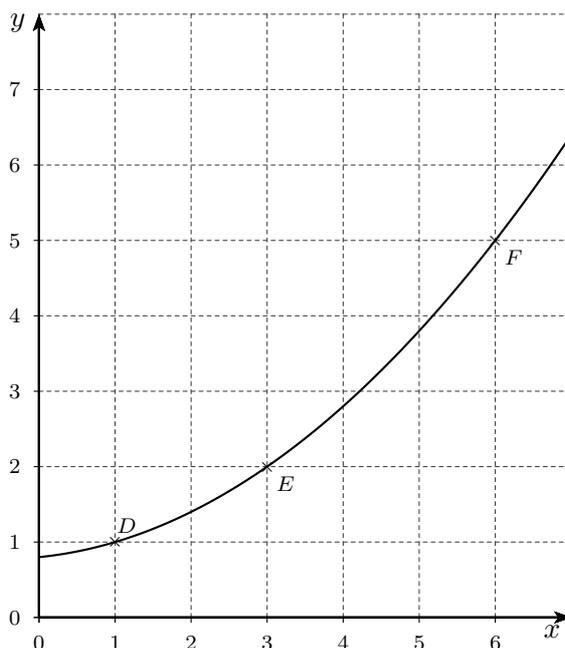
La variable x désigne le nombre d'années écoulées depuis 2010 et $f(x)$ exprime le nombre d'agences en centaines. La valeur 0 de x correspond donc à l'année 2010.

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté la courbe de la fonction f .

PARTIE A. — On cherche à déterminer la valeur des coefficients a , b et c .

- a. À partir des données de l'énoncé, écrire un système d'équations traduisant cette situation.

b. En déduire que l'écriture matricielle du système précédent est $MX = R$ avec $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et R une matrice colonne que l'on précisera.
- En déduire les valeurs des coefficients a , b et c en justifiant sa démarche.
- Suivant ce modèle, déterminer le nombre d'agences que l'entreprise possèdera au 1^{er} janvier 2017.



PARTIE B. — Le responsable d'une agence de services à domicile implantée en ville a représenté par le graphe ci-dessous toutes les rues dans lesquelles se trouvent des clients qu'il doit visiter quotidiennement. Dans ce graphe, les arêtes sont les rues et les sommets sont les intersections des rues.

- a. Déterminer si le graphe est connexe.

b. Déterminer si le graphe est complet.

Ce responsable voudrait effectuer un circuit qui passe une et une seule fois par chaque rue dans laquelle se trouvent des clients.

- Déterminer si ce circuit existe dans chacun des deux cas suivants. (On ne demande pas de déterminer un tel circuit dans le cas où celui-ci existe.)
 - Le point d'arrivée est le même que le point de départ.
 - Le point d'arrivée n'est pas le même que le point de départ.

