Corrigé du l'exercice de spécialité du baccalauréat blanc 2016

Partie A

1. a. Par définition, $f(1) = 1$ donc $a \times 1^2 + b \times 1 + c = 1$ c'est-à-dire $a + b + c = 1$. De même, $f(3) = 2$ donc $a \times 3^2 + b \times 3 + c = 2$ c'est-à-dire $9a + 3b + c = 2$ et $f(6) = 5$ donc $a \times 6^2 + b \times 6 + c = 5$ c'est-à-dire $36a + 6b + c = 5$. Ainsi, les données de l'énoncé se traduisent par le système d'équations

$$\boxed{(S)\ \begin{cases} a + b + c = 1 \\ 9a + 3b + c = 2 \\ 36a + 6b + c = 5 \end{cases}}.$$

b. L'écriture matricielle du système (S) est $MX = R$ avec $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $R = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$.

2. On vérifie à l'aide de la calculatrice que la matrice M est inversible. Ainsi,

$$(S) \Leftrightarrow X = M^{-1}R \Leftrightarrow X = \begin{pmatrix} 0{,}1 \\ 0{,}1 \\ 0{,}8 \end{pmatrix}.$$

Ainsi, $\boxed{a = b = 0{,}1 \text{ et } c = 0{,}8}$.

3. On en déduit que, pour tout réel $x \geq 0$, $f(x) = 0{,}1x^2 + 0{,}1x + 0{,}8$. Dès lors, $f(7) = 6{,}4$ ce qui signifie que suivant ce modèle, $\boxed{\text{l'entreprise possèdera 640 agences au 1}^{\text{er}}\text{ janvier 2017}}$.

Partie B

1. a. Le graphe est connexe car, par exemple, la chaîne

E – B – A – D – C – G – H – L – M – O – P – K – J – N – M – I – J – F

passe par tous les sommets.

b. Le graphe n'est pas complet car, par exemple, les sommets A et E ne sont pas adjacents.

1. Déterminons le degré de chaque sommet :

sommet	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
degré	2	2	2	4	3	2	2	4	3	4	2	2	4	2	2	2

a. Comme le graphe possède des sommets impairs, d'après le théorème d'Euler, il n'admet pas de cycle eulérien. Ainsi, il n'est pas possible de trouver un circuit empruntant chaque rue une fois et une seule et tel que le point d'arrivée soit le même que le point de départ.

b. Comme le graphe est connexe et possède exactement deux sommets impairs (E et I), d'après le théorème d'Euler, il admet des chaînes eulérienne. Ainsi, il est pas possible de trouver un circuit empruntant chaque rue une fois et une seule en partant du point E et en arrivant au point I (ou inversement).