Corrigé de l'exercice de spécialité du baccalauréat blanc 2017

Partie A

1. Le graphe $\mathcal{G}$ est simple car il ne contient ni boucle ni arêtes parallèles.
Il n'est en revanche pas complet car, par exemple, les sommets B et D ne sont pas adjacents.

2. Le graphe $\mathcal{G}$ est connexe car la chaîne A–B–E–D–G–I–H–E–F–C passe par tous les sommets du graphe.

3. Donnons les degrés des sommets du graphe.

sommet	A	B	C	D	E	F	G	H	I
degré	2	2	3	2	6	2	3	2	2

On constate que le graphe admet exactement deux sommets de degré impair. Comme le graphe est connexe, d'après le théorème d'Euler, il admet des chaînes eulériennes. En voici une :

C–A–B–E–C–F–E–D–G–E–H–I–G

Partie B

1. a. Les réels demandés sont $a = 0$ et $b = c = d = 1$.

b. À l'aide de la calculatrice, on déterminer M^5. Le coefficient d'indices 1 et 9 de M^5 est 4 donc il y a 4 chaînes de longueur 5 ayant pour origine A et pour extrémité I. Ces 4 chaînes sont :

A–B–E–D–G–I   A–C–E–D–G–I   A–C–F–E–G–I   A–C–F–E–H–I

Partie C

1. Un sous-graphe complet d'ordre maximal de $\mathcal{G}$ est, par exemple, E–C–F qui est d'ordre 3.
On en déduit qu'il faut au moins 3 espaces différents pour accueillir toutes les espèces.

2. On peut partitionner le graphe $\mathcal{G}$ en 3 sous-graphes stables :

A E I / B C D / F G H

donc 3 espaces différents suffisent pour accueillir toutes les espèces.